

XXIII Olimpiada

Iberoamericana

de Física

Mayagüez, PR, 2018

Prueba Teórica:

Solución

(en castellano)

T1-1S

Problema

1-SOLUCIÓN:

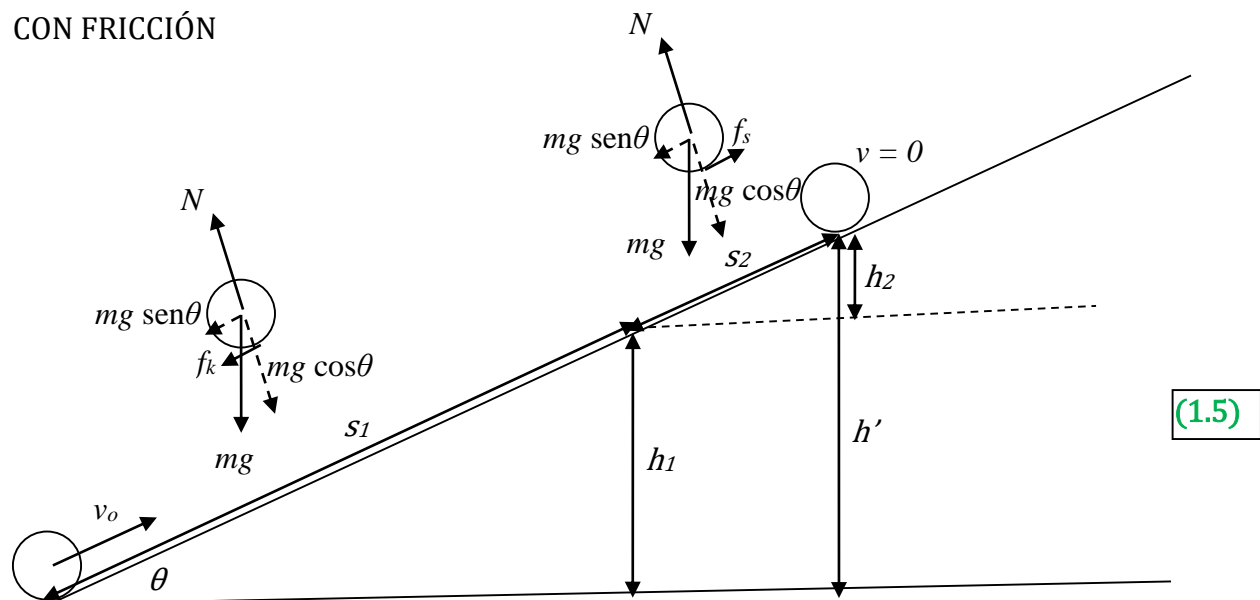
{(8.0)}

(a) En el ascenso sin fricción, por conservación de la energía mecánica:

$$\frac{1}{2} m v_o^2 = mgh \quad \text{por lo que} \quad h = v_o^2 / (2g) \quad (1)$$

{(0.5)}

CON FRICCIÓN



{(1.5)}

(b) Cuando hay fricción, si $\tan\theta = \mu/2$, entonces la inclinación permite que se desarrolle fricción estática y pueda alcanzarse la rodadura pura (habría sólo deslizamiento si $\tan\theta \geq \mu$). El ascenso será primero de rodadura con deslizamiento y continuará a partir de un punto con rodadura pura. Llamemos s_1 al segmento en que hay deslizamiento (y h_1 la altura subida hasta ahí), y s_2 el segmento en rodadura pura (y h_2 su correspondiente altura) (Ver figura con fricción)

Mientras desliza hacia arriba se oponen al ascenso las fuerzas $mg \sin\theta$ y $\mu mg \cos\theta$, por lo que la aceleración de frenado será

$$a = -g(\sin\theta + \mu \cos\theta),$$

considerando positiva la dirección de avance. El torque de la fricción alrededor del eje central producirá una rotación acelerada positivamente:

$$R \mu mg \cos\theta = (2/5)mR^2 \alpha \quad \text{De donde:} \quad \alpha = (5/2)(\mu g/R) \cos\theta$$

La velocidad angular ω aumentará y la velocidad de traslación disminuirá hasta que se cumpla la condición de rodadura pura: $\omega = v/R$. Habrá transcurrido un tiempo t dado por:

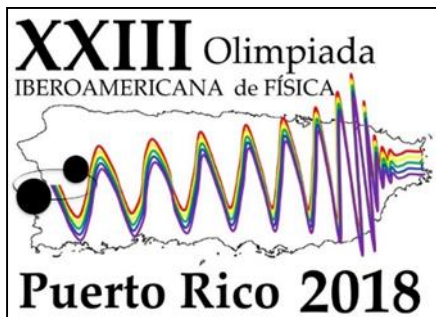
$$\omega = \omega_o + \alpha t \quad \text{con } \omega_o = 0.$$

$$\text{Por tanto:} \quad v/R = (5/2)(\mu g/R) t \cos\theta$$

$$\text{De aquí:} \quad t = (2/5) v / (\mu g \cos\theta)$$

La velocidad alcanzada hasta ese punto será:

$$v = v_o + at = v_o - g(\sin\theta + \mu \cos\theta) \times (2/5) v / (\mu g \cos\theta)$$



XXIII Olimpiada

Iberoamericana de Física

Mayagüez, PR, 2018

Prueba Teórica:

Solución

(en castellano)

T1-2S

Problema

De aquí: $v = v_o / [1 + (2/5)(1 + (\tan\theta) / \mu)] = (5/8)v_o$

donde se tuvo en cuenta $\tan\theta = \mu/2$

La velocidad angular en ese instante es: $\omega = (5/8)v_o / R$

Hasta ahí la bola recorrió una distancia s_1 tal que:

$$v^2 = v_o^2 + 2a s_1$$

$$[(5/8)v_o]^2 = v_o^2 - 2g(\sin\theta + \mu \cos\theta) s_1$$

$$\text{Despejamos: } s_1 = (39/128)(v_o^2/g) / (\sin\theta + \mu \cos\theta)$$

$$\text{La altura ascendida es: } h_1 = s_1 \sin\theta = (39/128)(v_o^2/g) / (1 + \mu/\tan\theta)$$

Y como $\tan\theta = \mu/2$:

$$h_1 = (39/384)(v_o^2/g) \quad (2)$$

(3.0)

(c) Comienza el ascenso en rodadura pura, donde se conserva la energía mecánica:

$$\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = mgh_2$$

Sustituyendo valores:

$$\frac{1}{2} m[(5/8)v_o]^2 + \frac{1}{2} (2/5) mR^2(5/8 \cdot v_o/R)^2 = mgh_2$$

$$\text{De aquí: } h_2 = (35/128)(v_o^2/g) \quad (3)$$

(2.5)

$$\text{(d) Entonces: } h' = h_1 + h_2 = (3/8) (v_o^2/g) \quad (4)$$

De (1) y (4):

$$\text{(e) } h'/h = (3/8) / (1/2) = 3/4 = 0.75 = 75\%$$

(0.5)